Вторая половина XX века и её итог: кризис физико-математического сообщества в России и на Западе

С. П. Новиков

2000 г.

Физико-математическое сообщество для меня — это математика и теоретическая физика. В нем я вырос, работал и работаю. Именно к нему относятся большинство тех тревожных мыслей, которые я постараюсь здесь изложить. Немалая их часть зародилась у меня два-три десятилетия назад и созревала много лет. Однако, тогда я связывал все эти процессы только с общим гниением и распадом коммунизма, нарастанием его несовместимости с высокоразвитым интеллектуальным сообществом, с углублением деловой некомпетентности верхов, особенно возросшим в брежневский период. Я думал, что эти процессы характерны только для научного сообщества в СССР, распад которого неизбежен исторически (хотя никто из нас не ожидал, что этот распад произойдёт так скоро). Сейчас, поработав ряд лет на Западе и посмотрев на ситуацию в наиболее развитых странах, я скажу так: тревога по поводу эволюции и судьбы физико-математического сообщества у меня в последние годы неуклонно нарастает. Я говорю о судьбе нашего сообщества во всём современном цивилизованном мире, а не только в России, переживающей уже десять лет трудный переходный период, который вряд ли завершится даже ещё за десять лет.

0.1 Эволюция математики XVI–XIX веков

Моё поколение математиков и физиков-теоретиков не ожидало встретить подобный кризис. В 50-х годах XX века, когда мы учились в Университетах, это сообщество стояло очень высоко. Позади было уже четыре-пять веков неуклонного развития наших наук. Думали, что так и будет продолжаться всегда. Эволюцию математики и математического мышления о законах природы в этот период я представляю себе так.

XVI век: развилась алгебра многочленов; решили алгебраические уравнения 3-й и 4-й степени; как главный продукт было кардинально усовершенствовано учение о числе, ввели и начали использовать отрицательные и комплексные числа — отрицательные числа прижились сразу, а вот борьба за комплексные числа была долгой, до нашего времени.

XVII век: появились координаты, позволившие перевести геометрию на язык алгебраических формул и расширить её предмет; стал развиваться анализ; были сформулированы математические законы, лежащие в основе многих явлений природы, — вариационный принцип Ферма для световых лучей, принцип Галилея, закон Гука, универсальный закон гравитации, общие Законы Ньютона. Возникли первые значительные прецеденты математического вывода законов природы из фундаментальных принципов (недостаточно оцененный современниками вывод закона преломления света на границе двух сред из вариационного принципа Ферма и вывод законов Кеплера Ньютоном, ставший основой современного научного метода). Появились идеи теории вероятностей.

XVIII век: развитие анализа превратилось в мощный поток, включая линейные дифференциальные уравнения и метод собственных колебаний, вариационное исчисление и многое другое. Возникли дифференциальная геометрия, теория чисел, развилась теория вероятностей. Механика, включая небесную механику, стала зрелой далеко развитой наукой. Возникла гидродинамика.

XIX век: математический поток, включая теорию вероятностей, продолжает набирать силу. Возникает комплексный анализ; проблема разрешимости алгебраических уравнений порождает теорию римановых поверхностей и теорию групп; создаётся линейная алгебра; углубляется изучение симметрии и возникают алгебры Ли; геометрия, теория чисел, теория римановых поверхностей, теория дифференциальных уравнений, теория рядов Фурье и др. превращаются в мощные развитые дисциплины. Появились новые разделы физики со своими математическими законами: электричество и магнетизм, рождённая техникой термодинамика, затем — статистическая физика и кинетика. В конце XIX века возникли первые ростки абстрактных разделов математики — такие, как теория множеств и функций действительного переменного. Возникли качественно-топологические разделы математики (качественная теория динамических систем и топология). Появились первые идеи математической логики.

В сообществе физиков стало утверждаться глубокое осознание недостаточности и даже противоречивости классической физики, построенной на механике Ньютона и законах классической электродинамики. Следует иметь в виду, что за этот период произошёл грандиозный скачок в развитии технологии. Безусловно, развитие физики было в значительной мере его продуктом. Математическое понимание законов природы, о котором мы говорили, предварялось экспериментальными открытиями.

Такой пришла наша наука к началу XX века. Лидеры математики этого периода — Пуанкаре, Гильберт, Г. Вейль, — олицетворяют собой рубеж, отделяющий XIX век от XX-го, историю — от "нашего" времени (нашего — в глазах моего поколения, для которого многие из математиков, выросших в 20-х-30-х годах XX века, были старшими современниками, с которыми довелось общаться). Говоря о теоретической физике, предыстория завершается для меня вместе с Эйнштейном и Бором, т. е. с возникновением релятивистской и квантовой физики. Уже их, так сказать, научные преемники — это учёные, у которых учились люди моего поколения.

Я не претендую здесь на изложение истории. Да простят мне читатели, если я не назвал многих важных областей. Моя цель совершенно другая: продемонстрировать, что это развитие было мощным подъёмом уровня знаний; прошлые достижения осваивались следующими поколениями, подвергались унификации и упрощению. Новое органически соединялось со старым.

0.2 Образование до середины XX века

Мощный постоянно усиливающийся поток знаний в точных теоретических математизированных науках постоянно требовал пересмотра и модернизации образования. В конце концов, к началу XX века сложилась устойчивая система, где первый важнейший этап составила общеобразовательная школа — "гимназия" — от самого начала до 17–18-летнего возраста (всего 10–11 лет), и за тем специализированная высшая школа — Университет. В XX веке потребовалось ещё добавить "аспирантуру" — несколько лет ещё более специализированного обучения, направленного на освоение глубины узкой математической специальности и на раскрытие творческих способностей, на начало научных исследований. В разных странах эта система незначительно варьировалась, по-разному называлась, но цифра 8–9 лет на полный курс (высшая школа + аспирантура) всюду была примерно одной и той же. Даже гимназическое образование не было ещё общеобязательным в первую половину XX века, но требуемый "для всех" уровень постепенно повышался в передовых странах. Во второй половине XX века последний этап гимназического образования стали делать более специализированным, чтобы успеть освоить больше математики, физики и др.

Основной чертой этой системы была весьма жёсткая система экзаменов: по математике, например, экзамены были ежегодно начиная с 10-летнего возраста. Начальные этапы — арифметика, геометрия, алгебра — изучались очень твёрдо. Любой важный предмет кончался экзаменом, но математика изучалась особенно назойливо — как и умение грамотно писать. Создавался твёрдый фундамент, на котором можно было строить будущее математическое (и прочее) образование. Что особенно важно, этот фундамент создавался достаточно рано: надо успеть потом освоить и высшую математику, и науки, на ней построенные (как теоретическую физику, например). Упустишь время, отложишь обучение — потеряешь очень много. Чем больше возраст, тем труднее влезают в голову знания, да и жизнь начинает предъявлять свои требования, мешает учиться бесконечно долго. Не последним по важности является и необходимость рано выработать устойчивую привычку к напряжённой работе, к изучению математики, к логической точности, необходимое упорство и способность концентрировать свой мозг на этом. Эта способность даётся от природы не всем людям, и без тренировки с раннего возраста она теряется. Чтобы облегчить эту тренировку, привить навыки и любовь к математике и подобным наукам, с какого то времени стали практиковаться добровольные математические кружки и олимпиады. Они срабатывали весьма эффективно. Весь этот образовательный комплекс — достижение, от которого нельзя было отказываться без риска потерять всё научное образование в математике.

0.3 Математика: XX век

Первая половина XX века — это период безраздельного господства теории множеств в идеологии математики. Развитие самой теории множеств привело к столь общим абстрактным концепциям и мысленным построениям, что возник вопрос об их осмысленности, непротиворечивости. Это способствовало интенсивному развитию математической логики, обсуждению непротиворечивости, аксиоматической полноты самой теории множеств и всей математики. На первый план математических исследований выдвинулись основания математики, а также проблемы обоснования, строгого доказательства — даже при взаимодействии математиков с естественными науками и приложениями. Сообщество математиков в 20-х годах окончательно оторвалось от сообщества физиков-теоретиков. Изучение высшей математики стало ориентироваться исключительно на единое строгое изложение. Это привело к сильному сокращению содержательного изучения тех разделов математики, которые ориентировались на использование в естественных науках. В особенности это относится к современной теоретической физике, которую сообщество математиков не освоило. В СССР возникла парадоксальная ситуация, когда механики-классики оставались вместе с математиками, в то время как современная физика ушла в отдельные факультеты университетов. Нечто в этом роде произошло в 20-х годах и на Западе, но там механики, близкие к приложениям, в большей степени разошлись с математиками, чем у нас: с математиками остались только те, кто "доказывает строгие теоремы"хотя бы как часть своей работы.

Система того образования, которое получило моё поколение математиков в СССР, складывалась в 30-х–50-х годах. Общая физика ещё изучалась, но изучения современной теоретической физики практически не было. В конечном счете, лишь самые элементы специальной теории относительности вошли в завершающие курсы физики (в МГУ передовые механики внедрили спецтеорию в начальные курсы для механиков ещё через 30 лет, в 70-е годы); общая теория относительности и квантовая теория оставались неизвестными математическому образованию. Первые попытки их внедрить начинаются примерно с 1970 года, и их нельзя назвать успешными. В этой истории немало субъективных моментов: ещё в 20-х годах консервативные механики вроде Чаплыгина пренебрегали этими новыми науками, считали их западной чушью. П. С. Александров рассказывал мне, что Чаплыгин запретил П. Урысону включать новую тогда общую теорию относительности в его аспирантский экзамен. Это — наша специфическая русская черта — склонность к консерватизму, к отрыву от мировой науки. Даже Чебышев в XIX веке, при своём блестящем аналитическом таланте был патологическим консерватором. А. Ф. Каган рассказывал, что будучи молодым приват-доцентом он встретил старого Чебышева, пытался поведать ему о современной геометрии и т. д., а тот презрительно высказался о новомодных дисциплинах типа римановой геометрии и комплексного анализа. Созданная им школа была сильной, но и с сильной склонностью к провинциализму.

Французская школа после Пуанкаре, начиная с Лебега и Бореля, пошла по ультраабстрактному пути и создала в Париже (и затем в мире) глубокий ров между математикой и естественными науками. Отдельные звёзды (вроде Э. Картана и Ж. Лере), которым этот ров не нравился, при всем своём личном авторитете оказались изолированы. Блестящие группы парижских математиков, возникшие в XX веке, культивировали и углубляли этот разрыв, выступили идеологами полной и единой формализации математического образования, включая школьное. Мы называем эту программу "бурбакизмом". По счастью, хотя основатели московской математической школы — Егоров и Лузин — вывезли теорию множеств и функций из Парижа в начале XX века, ряд их учеников в 20-х годах (когда были ещё открыты контакты) попал под влияние наиболее мощной и идейно богатой тогда школы Гильберта. В результате московско-ленинградская школа пошла по более разумному пути, чем парижская, не исключая, а допуская и даже поощряя взаимодействие с внешним научным миром. Хотя Гильберт и провозгласил программу единой аксиоматизации математики и теоретической физики, но понимал он её нетривиально. Например, ещё на заре общей теории относительности он доказал замечательную глубоко нетривиальную теорему лагранжевости уравнений Эйнштейна релятивистской гравитации, которая долго оставалась недостаточно оцененной и впоследствии оказала большое влияние. Тем самым Гильберт подтвердил всесилие аксиомы, требующей, чтобы каждая фундаментальная физическая теория была лагранжевой. Это было абсолютно неясно в случае теории Эйнштейна. Каждый физик поймёт ценность такого понимания "аксиоматизации и формализации" — это вам не деятельность по доказательству теорем существования и единственности сотен типов уравнений или строгое доказательство результатов, уже полученных физиками или инженерами. Из учеников Гильберта Г. Вейль сторонился теории множеств и формализации; он тесно взаимодействовал с физиками, внёс фундаментальные идеи. Дж. фон Нейман был в числе идеологов формализации и аксиоматизации, но (как и Э. Нетер) понимал её нетривиально, следуя примеру Гильберта. Они внесли большой и полезный вклад в эту программу, мы все работаем с введёнными или упорядоченными ими понятиями. Школа Гильберта проводила в жизнь идеологию единства математики самой, и её единство с теоретической физикой, идеологию "полезной формализации", пока она способствует единству. Не нужно искусственно, без нужды простое делать сложным. Например, общая теорема фон Неймана в спектральной теории самосопряжённых операторов — это глубокая сложная теоретико-множественная теорема; но не следует ею подменять в процессе образования теорию простейших важных классов дифференциальных операторов, где можно и без неё. Изредка бывает, однако, что без общей теоремы не обойтись, особенно если коэффициенты сингулярны. А уж создавать тяжёлую теоретико-множественную аксиоматизацию анализа начиная с элементов (как Бурбаки) — это уже чепуха, которая может только убить весь реальный анализ. Но это уже идеология математики более позднего периода.

0.4 Математика и Физика: 1930–1960 годы

К сожалению, немецкая физико-математическая школа (включая австро-венгерскую) была рассеяна нацизмом. Выжившая часть звёзд уехала в США и воспитала послевоенное блестящее поколение американских учёных. Как мне рассказывали французские физики, когда я работал в Париже в 1991 году, во Франции развитие квантовой физики пресёк герцог Луи де Бройль, сыграв роль Лысенко во французском обществе физиков, несмотря на личный вклад в начало её развития. Говорят, он оказался редкостно глуп и невероятно упорен в своей глупости. И при этом он имел громадное влияние. Всё это вместе дало очень плохие результаты.

В старой России не было серьёзной школы теоретической физики до первой мировой войны. Первые русские звёзды мировой теоретической физики (Гамов, Ландау, Фок) возникли в 20-х–30-х годах прямо из контакта с лучшей ультрасовременной европейской школой квантовой теории Н. Бора. Гамов вскоре остался на Западе, а Ландау и Фок создали в Москве и Ленинграде сильные школы. Мне кажется, Ландау вынес свой подход к созданию школы и стилю ведения семинара из общения с кругом Гильберта. Ландау разработал и реализовал в 30-е–50-е годы фундаментальную идеологию — как и чему следует учить физика-теоретика. Мы ещё обсудим его схему позднее. В СССР новые школы Ландау и Фока дополнились "автохтонами России", — сообществом, выросших из сильной школы классической физики Л. И. Мандельштама и др., особенно сильной в прикладных разделах; некоторые из них тоже внесли важный вклад в современную квантовую теорию.

Любопытна история того, как круг чистых математиков 30-х годов научно не принял, даже оттолкнул такую яркую личность, как Боголюбов. Конечно, дефекты в его совместных работах с Н.М.Крыловым были реальны, но разгром этих работ А. А. Марковым в 1930 году был чрезмерен. После этого Боголюбову не верили. Он решил проблему Лузина о почти периодических функциях — проверять попросили Меньшова, который подменял серьёзную проверку цеплянием — всегда чисто формально. Он и увидел множество ничтожных огрехов. Они поставили работу под сомнение. Будучи студентом в конце 50-х годов, я слышал от отца, что была такая работа Боголюбова в 30-х годах, но сомнения так и не развеялись. Позднее я узнал, что в мировой литературе по теории функций эта работа считается давно проверенной и классической, и сказал об этом отцу. Он презрительно отозвался о стиле Меньшова подменять проверку цеплянием. Так или иначе, Боголюбов со своим интуитивным, неточным стилем представлять доказательство, был отвергнут. Это оказалось для него полезным. Он потратил годы на изучение квантовой физики. Позднее, сделав в 40-х годах блестящие работы по теории сверхтекучести, ему пришлось испытать серьёзные трудности, входя в круг физиков: непривычный для него характерный стиль реальной и острой критики со стороны Ландау отравил ему первые выступления. С этой критикой он позднее справился (хотя и не сразу) и убедил Ландау, но отношения у них всегда оставались напряжённо-ревнивыми. Играло роль и то, что личности типа Виноградова и Лаврентьева не без успеха использовали слабости Боголюбова, его склонность поддерживать сомнительных людей, в своей борьбе с "еврейской физикой". Позднее, в 70-е годы, после ссоры с Виноградовым, Боголюбов выкинул из своей головы весь этот балласт противных ссор. Все эти годы Боголюбов очень тщательно скрывал от своих друзей типа Лаврентьева что именно он думает о его претензиях считать себя физиком, не зная что это такое - современная теоретическая физика (хотя Лаврентьев был очень талантлив). Он говорил мне в начале 70-х годов, что круг математиков не представляет себе, сколько нужно выучить, чтобы понять, о чём говорят современные квантовые физики, облачая свои мысли в очень образные выражения, которые я не буду пытаться здесь передавать.

В конце 30-х годов, как мне рассказывал отец, они пригласили Ландау в Стекловку прочесть им курс лекций — что такое квантовая механика и статфизика. Прослушав его, они были очень раздражены, им сильно не понравилась логическая путаница, как говорил мне отец. Потом, после выхода книги фон Неймана, двое их них — Колмогоров и он — с удовольствием её прочли. Аксиоматически точный стиль — вот что им было нужно. Они хотели понять логику, а не квантовую механику. Третий — Гельфанд — решил выучить этот кусок физики так, как его представляют себе физики. Он присоединился к семинару Ландау, провёл там десяток лет (или более). Гельфанд был единственным из прикладных математиков, который мог говорить с реальными физиками, а не только с механиками-классиками, в период выполнения важных закрытых задач в 40-х–50-х годах. Он получил от физики много и для своей математики, — например, начал теорию бесконечномерных представлений, подхватив её начало из мира физиков, решил поставленную физиками обратную задачу теории рассеяния (в этих исследованиях участвовали также Наймарк, Левитан и Марченко). Его ученик Березин вынес из семинара Ландау задачу построения фермионного аналога интеграла и т. д.

Кроме названных, остальные ничего не учили более. Контакт с квантовой физикой закрылся для них; правда, бескорыстный любитель науки Меньшов, и без тени понимания ходил на физический семинар ещё много лет. Я думаю, что здесь перечислены все представители старшего поколения знаменитых московских математиков 30-х–40-х годов, что-то знавшие о квантовой физике XX века. Кстати, ещё Хинчин пытался начать заниматься обоснованиями статистической физики, но его попытки были встречены физиками с глубоким презрением. Леонтович говорил моему отцу, что Хинчин абсолютно ничего не понимает. Из выдающихся ленинградских математиков в молодости А. А. Марков написал полезную работу об упорядочении основ теории идеальной пластичности, но позднее к естественным наукам не возвращался. Такой блестящий геометрический талант, как А. Д. Александров, писал какую-то чушь, выводя из аксиом преобразования Лоренца — стыдно даже вспоминать труды его школы на эту тему; хотя он и был физиком по образованию, но тут его склонность к аксиоматизации привела к абсурду. Квантовая физика пришла в ленинградскую математику позже, в 60-х годах, вместе с Л. Фаддеевым, который был в юности учеником Фока, прежде чем стал аспирантом Ладыженской, и стал доказывать строгие теоремы. Впрочем, уши физика, дыры, вылезали из его доказательств. Лучшее он сделал, когда вернулся к роли квантового математического физика, близкого к кругу физиков.

Особую роль в московской математике длительный период играл Колмогоров. Будучи идеологом теории множеств, аксиоматизации науки и оснований математики, он в то же время обладал замечательным умением решить трудную и важную математическую проблему, а также — быть разумным и дельным в приложениях, в естественных и гуманитарных науках. От аксиоматизации теории вероятностей на базе теории множеств он мог перейти к открытию закона изотропной турбулентности, от математической логики и тонких контрпримеров в теории рядов Фурье — к эргодической теории, к аналитической теории гамильтоновых систем, решая абсолютно по-новому старые проблемы. Он внёс немаловажный вклад даже в алгебраическую топологию.

В то же время, у него были странные, я бы сказал психические, отклонения: в образовании — школьном и университетском — он боролся с геометрией, изгонял комплексные числа, стремился всюду внедрить теорию множеств, часто нелепо. Болтянский рассказывал мне в лицах смешную историю, как Колмогоров изгонял комплексные числа из школьных программ. Короче говоря, как это ни нелепо, он имел те же самые идеи в образовании, что и бурбакизм, иногда даже более нелепые. Современной теоретической физики он не знал, базируясь лишь на классической механике, как естествоиспытатель.

У Колмогорова, однако, был замечательный дар — находить узловые точки, открывать то, что будет впоследствии нужно очень многим. Посмотрите, как широко разошлись в современной науке конца XX века его открытия 50-х годов в динамических системах (вместе с его учениками). По счастью, сверхпрестижный московский университет с его новым шикарным дворцом был отдан Сталиным под руководство крупного учёного и — что было весьма редко в этом поколении ведущих математиков-администраторов — порядочного человека, И. Г. Петровского. Идейное руководство математическим образованием было фактически отдано Колмогорову. Особенно важно было то, что на семинары мех-мата и на заседания математического общества во второй половине 50-х годов по вечерам собирались все математики Москвы, кто хоть чего-то стоил творчески. Я нигде впоследствии не встречал во всём мире столь мощного, сконцентрированного в одном месте сообщества, покрывающего все разделы математики. Таким был мех-мат, когда я в нём учился. В обществе блистали молодые ученики Колмогорова — Арнольд, затем Синай, выросшие из теории множеств, теории функций действительного переменного, теории меры и динамических систем. Области, которыми они занимались у Колмогорова, представлялись мне последним взрывом идей теории множеств, лебединой песней Колмогорова. Это было очень модно, но мне теория множеств не нравилась. Я считал, что это — лишь наследие 30-х годов, и слишком многих подлинно новых идей здесь уже не будет.

0.5 Моё поколение: 60-е годы

Вместе с Аносовым мы изучали современную топологию, но я — профессионально, а Аносов — как хобби. Он ориентировался на динамические системы и вскоре, под влиянием Смейла, сделал блестящую работу. Напротив, Арнольда стало явно тянуть к топологии. Некоторые вышедшие из неё новые подходы к анализу, как идеология трансверсальности, общего положения, которые он узнал от меня, произвели на него большое впечатление. Я же с его помощью начал знакомиться с идеями геометрии, лежащими в основе гамильтоновой механики и гидродинамики несжимаемой жидкости, он навел меня на задачи теории слоений. Вскоре я начал посещать знаменитый семинар Гельфанда, много с ним беседовал. Его взгляд на математику мне был ближе всего, у нас возникло взаимопонимание.

Я кончил аспирантуру в 1963 году, будучи уже известным топологом. Авторитет этой области в обществе быстро возрастал. В течение всех 50-х годов шло много разговоров об этой новой замечательной области, не понятой Гильбертом, и её потрясающих открытиях, где рывок в начале 50-х годов был сделан блестящей французской школой. Считалось, что после Понтрягина в СССР возник длительный перерыв: первоклассных топологических работ, сравнимых с западными, не было 10 лет. Влияние топологии на алгебру, дифференциальные уравнения с частными производными, алгебраическую и риманову геометрию, динамические системы было весьма впечатляющим. Я видел свою цель в восполнении этой лакуны в советской математике. Пока я не набрал международный вес, я ни о чём другом не думал, хотя охотно слушал людей из других областей — старался понять их основы. В 1960–1965 годах научная фортуна была на моей стороне, и я выполнил свои задачи. Продолжая работать в топологии, я стал думать: в чём смысл нашей деятельности? Где и когда возможны применения тех идей, которые мы сейчас развиваем?

Для психически нормальной личности этот вопрос естественен и даже необходим. Любовь к математике его не отменяет. Уже тогда я ясно видел определённый комплекс неполноценности на этой почве у ряда чистых математиков, болезненное нежелание задавать этот вопрос. Напротив, другие математики, зарабатывая себе на хлеб в прикладном учреждении, работали там не без пользы, но без энтузиазма, так сказать, на ремесленном уровне, обслуживая кого-то; они не чувствовали никакой ущербности, но также видели истинную науку только в чистой математике, которой они занимались всё свободное время. В начале 60-х годов резко усилилась антиматематическая агрессивность нового класса — вычислителей-профессионалов. Они начали пропаганду против чистой математики, говорили, что истинное развитие математики — это только вычислительная математика. Из старшего поколения математиков безусловно так считали А. Н. Тихонов и А. С. Кронрод. В среде вычислителей говорили, что чистые математики — это странное сообщество полусумасшедших, с птичьим языком, непонятным остальным, в том числе физикам и прикладным математикам, и их — чистых — скоро будут показывать в зоопарках. Видя всё это, я много думал и стал для себя изучать соседние области математики, механику, а затем и теоретическую физику. Другие разделы математики, которые считались менее абстрактными и более прикладными, чем топология, не дали мне ответа на мои вопросы: на самом деле ни с какими естественными науками и приложениями их сегодняшнее развитие связано не было, как я обнаружил, к сожалению.

Ещё худшее впечатление произвели на меня проблемы "теоретической прикладной математики", где используя терминологию, взятую из реальности, доказывают строгие теоремы о чём-то внешне похожем на реальность, но на самом деле от реальности бесконечно далёком. Престижной считалась только строгая теорема, и чем сложней доказательство, тем лучше; разумный реализм постановки, как и сам результат, ценились гораздо меньше. К сожалению, даже Колмогоров много пропагандировал "теоретическую прикладную математику". У него вообще была странная противоречивость личности: рекомендуя математикам заниматься подобными вещами, сам он занимаясь естественными науками, включал у себя в голове какую-то кнопку и становился совсем другой личностью, далёкой от чистой математики и работал на основе других критериев.

Я решил потратить годы и изучить теоретическую физику. Начал с квантовой теории поля, но понял, что начинать надо с элементов, а не с конца. Моё решение можно объяснить тем особенным авторитетом, которым обладала физика в моих глазах. Лекции Эйнштейна, Фейнмана, Ландау и ряда других крупных физиков произвели на меня громадное впечатление. Ясность и простота при изложении математических методов резко отличалась от того, как пишут современные математики за очень редким исключением. Эту естественность рождения математических понятий я увидел впервые в юности, изучая топологию периода наивысшего расцвета в изложении наиболее выдающихся топологов, где сложный и глубокий алгебраический аппарат как бы естественно и легко рождался из качественной геометрии и анализа, создавая двустороннюю интуицию об одних и тех же вещах. В физике похожие черты становились огромными, несравнимо более многообразными и доминирующими. Не случайно, кстати, в период трудностей фундаментальной физики в 80-90х гг квантово-полевое сообщество нашло прибежище именно в топологии. Кроме топологов, из математиков моего поколения к этому стилю стремился также Арнольдь,–вот его скоро и потянуло в топологию.

Удивительная математическая красота и необыкновенно высокий уровень абстрактности потребовала физика для формулировки законов природы; этот уровень ещё далеко возрос в XX веке, но именно сейчас физика соединила всё это с невероятной практической эффективностью и произвела революцию в технологии.

В этот период, я бы сказал, физика возглавляла прогресс человечества, а математика шла за ней, около неё. Атомные и водородные бомбы, компьютеры, революция в технологии, многие чудеса техники, преобразившие мир вокруг нас, — всё это начиналось с идей и программ, выдвинутых такими лидерами физико-математических наук, как Ферми, фон Нейман, Бардин. В этом приняли участие многие физики. Все знают А. Д. Сахарова, например, вклад которого в создание водородной бомбы стал общеизвестен после того как он стал диссидентом. В нашей стране в создании и развитии ракетно-комического комплекса на раннем этапе внесли большой вклад некоторые математики и механики, например, М. В. Келдыш (брат моей матери). Советская власть долго держала заслуги таких людей в глубоком секрете, подставляя (не без собственного недальновидного участия Келдыша) фальшивые имена "псевдотворцов" на Запад, когда спрашивали — кто лидер, в период всемирного шума в конце 50-х — начале 60-х годов. Видимо, хотели сбить с толку империалистов, утаить от них реально важных людей хотя бы временно. Впоследствии реальные имена стали как-то называться публично, но было уже поздно — до мирового сообщества уже они не дошли — слишком много лжи было сказано до этого, такой туман напустили, что и не развеять. Что же — сами виноваты, эту ложь создавали с их участием.

У нас, однако, весь круг учёных каким-то образом об этих людях знал по разговорам и слухам. Келдыш пользовался громадным уважением. Созданный им Институт Прикладной Математики (ИПМ) пользовался большим авторитетом в СССР. Считали в начале 60-х годов, что учреждение типа Стекловки — это нечто, уходящее в прошлое, ненужное. Математики должны работать вместе с учёными из других наук, в свободное время делая и чистую математику. Такова была точка зрения наиболее просвещённых прикладных математиков в тот период, включая Келдыша и Гельфанда. Да и антисемитизма в том институте не было; Стекловка казалась нелепым уродом. В отличие от сообщества механиков, ИПМ в большей степени держал тогда курс на союз с реальной современной физикой — быть может, не без идейного влияния Гельфанда на начальство. Всё это разрушилось в конце 60-х годов из-за брежневских политических перемен: из-за "грехов" математиков начальство испугалось и озлобилось, ИПМ деградировал полностью. Стекловка в конечном счете оказалась более устойчивой: начальство там тоже усердствовало в злобе, она тоже деградировала в тот период, но потом воспрянула.

0.6 Математическая красота физики: как её понять?

Красота и сила физики манили к себе. Я систематически изучал весь курс учебников в 1965-1970 годах. Кроме двух-трёх книг (по статической физике и квантовой электродинамике) я учился по книгам Ландау–Лифшица. Ещё раньше я увидел, что круг физиков не только богаче круга математиков научно, но и честнее. Так было в СССР, не на Западе. Ученики Л. И. Мандельштама — А. А. Андронов, М. А. Леонтович, И. Е. Тамм и позднее его ученик А. Д. Сахаров — при своём влиянии как ведущие прикладные теоретические физики, считались эталоном порядочности в физико-математическом сообществе страны, более того — во всём научном сообществе СССР. Да и аналога П. Л. Капицы среди математиков не было. Позднее Сахаров стал эталоном порядочности и во всём мире. Ещё с 20-х годов круг учеников Мандельштама — это круг близких друзей моих родителей. Руководящий круг математиков нашей страны в тот период был талантливым, но редкостно аморальным, я бы сказал бессовестным. Например, в 60-годах весь список академиков-математиков, за честность которых я бы поручился, состоял из моего отца — П. С. Новикова, а также С. Н. Бернштейна, Л. В. Канторовича и И. Г. Петровского — единственно порядочного человека из крупных математиков-администраторов. Ленинградцы говорят, что В. И. Смирнов был абсолютно порядочным человеком, но он был посредственным математиком, я его не замечал. Мой брат, известный квантово-твердотельный физик Л. В. Келдыш, посмеиваясь сказал мне в начале 60-х годов: раньше считали, что математики удалены от жизни, а вот сейчас говорят, что математик — это что-то бесчестное, первейший жулик. Такие начали ходить среди физиков разговоры о математиках. В начале 60-х годов он съездил за границу (в США) и вернувшись тайком сказал мне: "Звонили американские физики в Госдепартамент, при мне, согласуя мою поездку куда-то по США, а там им ответили: "Мы думали, что Келдыш — это женщина".". Очевидно, имелась в виду наша мать Л. В. Келдыш — известный специалист по теории множеств и геометрической топологии, она уже съездила пару раз за рубеж (не в США). Значение этой ремарки, поразившей Леонида Келдыша в США, было очевидно. Он не ожидал, что Мстислав Келдыш абсолютно неизвестен на Западе как учёный. Тот и сам это понял позднее; и это было для него трагедией.

Возвращаясь к своей основной линии, я замечу, что тогда, в первой половине 60-х годов, травля чистой математики со стороны вычислителей не развилась далеко. Одной из важнейших причин этого было замечательное открытие новых частиц с помощью теории групп Ли и представлений. Возник целый мир кварков, новых скрытых степеней свободы в микромире. Немало надежд связывали тогда и с теорией функций многих комплексных переменных. Так или иначе, физики снова стали говорить, что нет законов природы, кроме законов математики. Они сочли, что необходимо резко усилить изучение современных математических идей. Вычислители — это что-то вроде ремонтных или строительных рабочих, надо начать самим их воспитывать, чтобы они стали более грамотны в физике, а вот абстрактная современная математика — это настоящая наука, её ничем не заменишь. Усиление интереса к эйнштейновской гравитации и космологии в 60-х годах возродило необходимость римановой геометрии; начали поговаривать о привлечении к делу топологии. Всё это отсрочило кризис во взгляде общества на математику на несколько десятилетий. Математики успокоились.

Для меня этот период был важным. Я воспринял его как указание на необходимость приложить усилия и изучить путь от математики к естественным наукам, стал изучать теоретическую физику. Кроме меня это стали делать ещё в 60-е годы также Синай и Манин, из близких мне топологов — А. С. Шварц. Каждый из нас преследовал свои цели и шёл своим путём.

Надо сказать, что никто из западных математиков этим путём не пошёл тогда (разве что И. М. Зингер, позднее А.Конн). На Западе в сообществе чистых математиков доминировала идеология наподобие "религиозной теории чисел". Крупные и идейно влиятельные в западном мире математики — например, А. Вейль — усиленно пропагандировали тезис, что нет нужды обращаться к естественным науками и приложениям, — чтобы стать великим учёным, можно обойтись и без этого, времена изменились. Этот тезис безусловно размагничивал ту часть математического сообщества, которая могла бы пойти по направлению к естественным наукам и приложениям. Любопытно, что такие математики как М. Атия, Дж. Милнор, Д. Мамфорд в конечном счете тоже полностью разошлись с идеологией религиозно-чистой математики.

Сообщество чистых математиков на Западе выработало такую точку зрения: для заработка я преподаю математику в университете, это и есть мой долг обществу. Остальное же время я занимаюсь своей чистой математикой. С этой точкой зрения они прожили ряд десятилетий.

У нас в стране было не так, этот подход не работал: никто не хотел преподавать. Кроме очень малого числа главных университетов, условия для людей, занимающихся преподаванием, были плохие. Педагогическая нагрузка была слишком большой, ни о каких поездках за границу и подумать было нельзя, на научную работу не было времени.

Так или иначе, западное сообщество математиков оторвалось от внешнего мира дальше и глубже, чем наше. Даже в блестящих центрах прикладной математики, как например Институт Куранта в Нью-Йорке, с течением времени сообщество всё более понимало прикладную математику как набор строгих доказательств, вопросы обоснования.

Постепенно у меня выработалась такая точка зрения: конечно, математика или во всяком случае её большая часть, включая современную абстрактную математику — это очень ценное для человечества знание. Но эту ценность не так-то просто реализовать. Лидеры математики должны быть людьми общенаучно грамотными, знать пути, соединяющие математику с внешним миром, уметь искать новые связи, помочь ориентировке молодежи. В противном случае я не вижу, как внутриматематические достижения могут стать полезны обществу. Не надо уподоблять математику музыке: та обращается непосредственно к эмоциям; она будет отвергнута, если люди никаких эмоций от неё не испытывают. Надо помнить, что математика — это профессия, а не развлечение. В прошлых поколениях математиков всегда было сообщество лидеров, высоко ценимых внешним миром. Вспомните Пуанкаре, Гильберта, Г. Вейля, Дж. фон Неймана, А. Колмогорова, Н. Боголюбова... Из крупнейших учёных старшего поколения я много беседовал с Гельфандом. Он как-то сказал: "Меня беспокоило в юности, полезен ли тот функциональный анализ, который мы развивали. Поработав в приложениях, я нашёл для себя ответ на этот вопрос и успокоился. Но, имея дело с физиками, не заблуждайтесь. Открыв что-то ценное, исходя из ваших знаний, которых у них нет, Вы с удивлением нередко обнаружите, что они пришли к тому же из каких-то других соображений. Никоим образом нельзя недооценивать то знание, которым они обладают."

Я понял в процессе изучения, что теоретическая физика, изученная систематически, с самых начал до современной квантовой теории, — это единое и нераздельное, обширное и глубокое математическое знание, замечательно приспособленное к описанию законов природы, к работе с ними, к эффективному получению результатов. Нельзя не согласиться с Ландау: чтобы понять это, необходимо изучить весь его "теоретический минимум". Это — костяк, определяющий Ваш уровень цивилизации.

Человек, не изучивший его, имеет убогое неполноценное представление о теоретической физике. Такие люди могут оказаться вредны для науки, их не хочется допускать к теоретической физике. Их влияние будет способствовать распаду образования.

К сожалению, сообщество математиков того времени не изучало даже элементы этого знания, включая и тех, кто называл себя прикладными математиками. К примеру, я быстро обнаружил, что практически никто из специалистов по уравнениям с частными производными не знает точно, что такое тензор энергии-импульса, и ни за что не сможет математически четко определить это понятие. У механиков некоторые сдвиги начались раньше. А. Ю. Ишлинский говорил мне много лет назад: "Мы с Баренблаттом сделали ошибку в 50-х годах, кто-то из физиков указал нам на неправильное поведения энтропии на гребне волны в нашей работе. Только после этого мы твердо выучили термодинамику, четыре потенциала, правила Максвелла и т. д.". Значит, до этого сообщество механиков таких вещей не изучало. Передовые, лучшие механики — выучили в 50-х–60-х годах. Математики же и тогда ещё не выучили ничего подобного. Я спросил недавно С. В. Иорданского, ученика М. А. Лаврентьева, ставшего впоследствии хорошим квантовым физиком: "Сергей, скажи мне, что твой учитель Лаврентьев, считавший себя физиком, но её определённо не знавший, думал о цикле учебников Ландау–Лившица? Тоже ругал их?". Тот ответил: "Нет, он сказал так: Спецфункции хорошо знают...". Так что Лаврентьев — математик талантливый, старающийся быть объективным, — что-то похвалил, но существования теорфизического знания там вообще не увидел. Или счёл, что там всё не имеет отношения к математике, кроме спецфункций. Это легкомыслие Лаврентьева, пренебрежение к глубокому комплексу знаний, созданному десятками громадных талантов и многократно опробованному, отсутствие даже понимания того, что это знание существует, имеет свои последствия: его сын, например, неплохой администратор (как директор Института математики в новосибирском Академгородке) опровергает специальную теорию относительности. Не сомневайтесь, он вырос под полным научным влиянием отца. Вообще, у М. А. Лаврентьева при его способностях, была редкостная безответственность. Вспомнить только, как он спаивал всех вокруг себя, не понимая, что люди и здоровьем, и "водкоустойчивостью" гораздо слабее него, способного легко перепивать даже Хрущёва. Его безответственность погубила немало хорошего в его же собственных блестящих начинаниях. Хочу сказать, однако же, что Лаврентьев и Петровский вдвоём провели в 1960-1966 годы гигантскую полезную работу по раскрытию советской математики для мира, и моё поколение им этим обязано.

Так или иначе, но 60-е годы — это период расцвета моего поколения, той первой фазы расцвета, когда старшее блестящее поколение ещё было живо; многие из них ещё действовали как учёные или администраторы, в то время как мы с большой энергией осуществляли свой первый тур развития математики и готовились к следующим. Как я уже написал выше, некоторые из нас — Синай, Манин, А. Шварц и я — стали изучать различные разделы теоретической физики, независимо друг от друга. В то же самое время различные волны теоретических физиков разными путями стали двигаться в сторону математики. В квантовой теории поля появилось аксиоматическое направление, целью которого было непротиворечиво и математически строго построить теорию, исходя из современного функционального анализа. Этого, конечно, не удалось сделать, но возник математически нетривиальный цикл строгих исследований по функциональному анализу с красивым алгебраическим и квантово-полевым аспектом. Ряд специалистов по статистической механике (вышедшие из физиков) стали заниматься доказательством математических теорем. Например, интересен случай Э. Либа: как известно, он начинал с блестящих широко признанных в физике работ по точному решению проблем статистической физики; он всегда хорошо знал исследования физиков, сам внёс важный вклад. Тем не менее, он выбрал профессию строгого математического физика, и не он один. Возникло сообщество современных математических физиков, доказывающих строгие теоремы. Большинство их имело первоначальное физическое образование. Они стали по существу математиками. Именно на эту область держал курс Я. Г. Синай, изучая теоретическую физику, — на новую область математики, где доказывают строгие теоремы. Кроме Либа, никто из них не занимался даже в прошлом точно решаемыми моделями, это — другая, не та математическая физика.

Основой моей программы стало глубокое желание внести вклад на рубеже современной математики и теоретической физики, базирующийся на идеях современной математики — на геометрии и топологии (включая геометрию динамических систем), на алгебраической геометрии и т. д. Могут ли они быть реально полезны, так сказать, в деле?

Всем был очевиден нарастающий компьютерный поток, который постепенно наполнял естественные науки, приложения и даже чистую математику, давая им новые гигантские возможности, особенно в приложениях. Но здесь я не могу ничего изменить, считал я: это будет развиваться и без меня, это уже становится разделом технологии. Что же касается внедрения в физику идей топологии или алгебраической геометрии, то здесь у меня могут возникнуть такие идеи, что никто меня заменить не сможет. Да и физики начали очень интересоваться современной математикой в конце 60-х годов. Взаимодействие с физиками в Институте Ландау — с Халатниковым, Горьковым, Дзялошинским, Поляковым, Захаровым, Питаевским, Воловиком, Мигдалом — оказалось плодотворным. Немало получил я от этого взаимодействия для своей программы, в чём-то помог им. В атмосфере этого взаимодействия выросли и мои ученики (кроме первого поколения, не пошедших со мной изучать основы теоретической физики, хотя некоторые из самых лучших, как например Бухштабер, внесли вклад в приложения). Думаю, что цели Шварца и его программа были не очень далеки от моих, хотя мы и "осели" потом в разных областях. Шварц много сделал для развития квантовой теории поля как нового раздела математики, иногда нестрогого, близкого к геометрии и топологии. Я старался развить нетрадиционные методы (к сожалению, их освоение встречает трудности у физиков) решать некоторые задачи, возникшие в общей теории относительности и квантовой механике, современной фнзике нелинейных волн, конденсированных сред и теории гальваномагнитных явлений, нередко вступая в конкуренцию с физиками. В некоторых, хотя и редких случаях, новая математика, возникшая в XX веке, была реально полезна. Отсюда возникли также и новые задачи самой математики.

Что касается Манина, то его программа, как мне кажется, была совсем другой: несомненно, его особенно интересовали математический язык и логика теоретической физики. Он вообще жаждал внести вклад в формализацию науки. При этом склонность к изучению многих разнообразных вещей вообще всегда была его сильной стороной — он любил и умел это делать. О формализации математики мы поговорим особо. Мне кажется, у неё есть сторона, сыгравшая важную роль в развитии кризиса сообщества математиков.

0.7 Вторая половина XX века: Непомерная формализация математики

Когда я в юности читал работы 20-х–30-х годов по теории множеств, я обращал внимание на то, что несмотря на абстрактность предмета эти работы написаны ясно и прозрачно. Вам хотят объяснить свою мысль и как можно проще. Этот предмет очень абстрактен, но о формализации речи не идёт. Изучая топологию в 50-е годы я видел, что лучшие из книг и статей знаменитых топологов, по которым я учился (Зейферт–Трельфаль, Лефшетц, Морс, Уитни, Понтрягин, Серр, Том, Борель, Милнор, Адамс, Атия, Хирцебрух, Смейл и др.), были написаны очень ясно. Сам предмет не был прост, но запутывать Вас никто не хотел. Излагали предмет так просто, как только это возможно, чтобы помочь Вам понять и освоить. Но уже начали появляться и другие источники — например, еще в ранней юности я увидел, что в монографии моего учителя М. М. Постникова, где излагались его лучшие работы, содержание обросло ненужной формализацией, затрудняющей понимание. С течением времени количество текстов такого рода возрастало. Этот процесс шёл особенно быстро там, где было много алгебры, много теории категорий. Формализация алгебраической геометрии вследствие этого шла быстрее. Топология ещё держалась до конца 60-х годов, когда алгебра и алгебраическая геометрия уже были затоплены этим стилем. Затем, уже в 70-е годы сдалась и топология. Впрочем, это совпало с периодом её сильного падения, с потерей ориентации на общематематические контакты.

Формальный язык непрозрачен, он всегда является узкопрофильным, он защищает Вашу область от понимания её соседями, от видимого всеми взаимного влияния идей. Если Вам удалось позаимствовать идеи из соседней области, Вы можете заформализовать их так, что первоисточник не будет виден. Так или иначе, почему-то имеется много математиков, заинтересованных в развитии формального языка, разделяющего даже очень близкие разделы до непонятности. В чем тут дело? Возможно, имеется много желающих быть, как говорят, "первыми в своей деревне", закрыв занавески от соседей–хотя, вероятно, это не единственная причина того, что формальный язык стал так нравиться обширному сообществу математиков. У меня нет полного понимания природы этого процесса, его движущей силы, причины его широкого общественного успеха. Мне кажется, это–болезнь, сопровождающая одностороннюю непомерно раздутую алгебраизацию: ее нужно проводить было бы осторожно и сбалансированно, не хороня под ней суть дела, чтобы она была полезной, и это сделать нелегко. Здесь мой подход сильно отличался от Манина: в ряде случаев он действовал в новых разделах математической физики как идеолог, внедряющий алгебраизацию в стиле Дьедонне, искусственно затрудняющую понимание. Например, в 70-е годы я стал вести активную деятельность на мех-мат'е МГУ, пропагандируя различные начала теоретической физики. Я убедился в том, что простое естественное изложение элементов идёт с большим трудом: способная аудитория чистых математиков мех-мат'а не хочет видеть даже несложных конкретных формул классического типа. Поэтому объяснить начала, например, общей теории относительности или электродинамики, вообще — элементарной теории поля, было очень трудно: моих студентов, обязанных слушать, я принуждал пройти какие-то азы и привыкнуть. После этого дело шло легче; остальные же нередко уходили, не дослушав начал. Лишь единицы сумели пройти и понять. Я интересовался опытом коллег и узнал, что Манин подходил иначе. Он сообщал аудитории что-то сверхформальное и затем говорил, что они теперь узнали, что такое, например, уравнение Дирака. Общественный успех был бесспорный– у них глаза горели, но я не захотел идти таким путем: как показал опыт, узнать, что такое уравнение Дирака на самом деле, этим людям после такого начала будет во много раз трудней. Известен ряд успехов теории солитонов средины 70-х гг, в которых мне довелось участвовать с самого начала в роли инициатора, и затем развивать их вместе с моими лучшими учениками (особенно Дубровиным и Кричевером). Тогда современная математическая физика влервые стала использовать методы алгебраической геометрии— были построены алгебро-геометрические (периодические) решения KdV и его аналогов. Манин написал вскоре очень формализованные учебно-обзорные статьи на эту тему. Многие молодые математики, склонные к алгебре, охотно читали именно их. Статьи и книги тех, кто создал эти области, были написаны простым общепонятным языком, целью которых было всего лишь прозрачное изложение предмета, использующего нетрадиционную для приложений математику, чтобы можно было её изучить и пользоваться. Однако, склонной к алгебре молодежи они кажутся трудными, чужими. Чётких критериев — что нужно, что есть суть дела — у неё нет. Формализованные тексты, где суть дела не обсуждается, нравятся — они их читают как тексты из своей области, абстрактной алгебры. На самом деле из этих текстов они ничего не узнают, как я считаю, хотя будут думать, что всё полезное освоили. Пожалуй, это относится ко всей математической молодежи, не прошедшей азов современной математической физики. Бурбакистские тексты по математической физике–нелепость двойная, они затрудняют и проникновение физиков в эти методы, создавая у них иллюзию сверхсложности и недоступности этих разделов математики, которые они ранее никогда не изучали. Да и Манин, как я заметил позднее, писал несравнимо прозрачнее, когда считал, что он сам что-то существенное сделал и хотел, чтобы это поняли и физики, так что я не знаю, сохранил ли он приверженность к формализации. Однако тогда подобные взгляды некоторых авторитетных ученых способствовали распространению этой болезни.

Казалось бы, наша область науки — современная математика — и так реально сложна. Выучить её сложно. Было бы естественно, на первый взгляд, облегчить изучение, делая изложение как можно более прозрачным. Ведь формализация языка науки, осуществленная в бурбакистском стиле,—это не полезная формализация Гильберта, упрощающая понимание. Это — паразитная формализация, усложняющая понимание, мешающая единству математики и её единству с приложениями. Я полагаю, что ультраформализованная литература возникла, в частности, потому, что можно было предвидеть ее успех у широкого слоя алгебраически ориентированных чистых математиков.

Надо идти против течения, чтобы бороться за сохранение прозрачного общенаучного стиля, который может сохранять единство математики, объединить математику с физикой, с приложениями. Это — лишь для очень немногих математиков сейчас. Сегодняшнее сообщество не поймёт. Более того, оно не хочет слушать голосов, предупреждающих о необходимости продолевать какие-то барьеры, если рядом появляются авторитетные люди, говорящие, что ничего этого им не надо.

"Дайте им то, чего они хотят; ни к чему другому они не способны"– к такой оптимальной стратегии ведёт демократическая эволюция абстрактной науки и образования, когда людям неизвестно, есть ли какая-нибудь цель их исследований, и они отказываются этот вопрос обсуждать. Все критерии легко смещаются, если нет цели, которую нужно достигнуть. Общественный успех остается единственным критерием.

Однако я замечу, что тем немногим, кто мог бы преодолеть барьер, бурбакистская литература сильно мешает найти правильный путь, дезинформирует их в сегодняшнем хаосе. Бесполезная всеусложняющая алгебраическая формализация языка математики, экранирующая суть дела и связи между областями — это слишком широко распространившаяся болезнь, даже если я привёл и не самые лучшие примеры, это — проявление кризиса, ведущего к определённой бессмысленности функционирования абстрактной математики, превращения её в организм, потерявший единый разум, где органы дергаются без связи друг с другом. Как говорится, чтобы остановить построение вавилонской башни, Бог рассеял языки, и люди перестали понимать друг друга. Строительство остановилось.

Излишне усложненный формальный абстрактный язык захватил не только алгебру, геометрию и топологию, но также и значительную часть теории вероятностей, и функциональный анализ. Анализ, дифференциальные уравнеия, динамические системы оказались несколько менее ему подвержены. Здесь ещё в 50-е–60-е годы было сделано несколько хороших вещей, которые впоследствии широко распространились и стали общеполезны. Но другие нелепости, захватили все это сообщество: математики–специалисты в этих областях–продолжают до сего дня программу, признающую лишь стопроцентно строгие теоремы, длина которых стала зачастую немыслимой. Очень малый процент их потратил труд на самообучение и научился вступать в контакт с миром естественных наук, где ведутся конкретные исследования, без заботы о математической строгости. Но и те математики, кто вступает в подобные контакты, преследуют, как правило, одну цель: узнать какие-нибудь результаты физиков или инженеров, которые можно начать строго обосновывать. Это и называется "анализом", "прикладной математикой", "математической физикой".

Строгомания постепенно превратилась в мифологию и веру, где много самообмана: спросите, кто читает эти доказательства, если они достаточно сложны? За последние годы выявилось много случаев, где решения ряда знаменитых математических проблем топологии, динамических систем, различных ветвей алгебры и анализа, как выяснилось, не проверялись никем очень много лет. Потом оказалось, что доказательство неполно (см. мою статью в томе журнала GAFA 2000, посвященного конференции "Vision in Mathematics — 2000", — Tel Aviv, August 1999). При этом отнюдь не во всех случаях пробелы могут сейчас быть устранены. Если никто не читает "знаменитых" работ, то как же обстоит дело со сложными доказательствами в более заурядных работах? Ясно, что их в большинстве просто никто не читает. Я могу понять, что решённые в тот же период проблемы Ферма и четырёх красок стоят и длинного доказательства, и их проверят. Но постоянно жить в мире сверхдлинных доказательств, никем не читаемых, просто нелепо. Это — дорога в никуда, нелепый конец программы Гильберта.

Следует обратить внимание еще на одну сторону дела, когда обсуждается ценность строгих математических обоснований: В естественных науках строгая математика требует такого уточнения модели, которое уводит от реальности гораздо дальше, чем нестрогость физика, и тем самым приводит к общенаучно менее строго обоснованному результату. Это ещё один аргумент, кроме потери контроля за доказательствами. Наверное, сам Гильберт давно бы уже сказал, что этим нецелесообразно больше заниматься.

Наличие кризиса сообщества математиков с его системой образования и подходом к науке надо отделять от вопроса: есть ли кризис математики как науки? Может быть, кризиса и нет, просто лучшие работы в ряде областей стали делать другие люди, выходцы из физики?

В 70-е–80-е годы довольно значительные коллективы физиков-теоретиков, включая прикладных физиков, по существу, стали математиками. Они много сделали для развития современной математики, дали ей большой импульс. Я назову несколько таких волн.

1. Завоевание вычислительной математики физиками. Этот естественный процесс шёл долго. Каждому ясно теперь, что физик будет лучше считать задачи, суть дела которых он понимает, в отличие от вычислителя-математика.

2. Освоение физиками некоторых основных теоретико-множественных идей теории динамических систем, созданных в основном ещё до 60-х годов, но ставших сейчас общим достоянием. Развитие компьютерно базированного творчества на этой основе.

3. Фундаментальная роль физиков в создании такого цикла идейно богатых новых разделов математики, как теория классических и квантовых точно решаемых систем: теория солитонов и вполне интегрируемых гамильтоновых систем, точно решаемые модели статистической физики и квантовой теории поля, матричные модели, конформные теории, суперсимметрия и точно решаемые модели калиброванных полей.

4. Приход квантовых физиков (как считают, временный) в такие разделы, как алгебраическая геометрия и топология, вызванный остановкой в развитии физики фундаментальных взаимодействий. Совместный вклад физиков и математиков в эти области за последние 20 лет очень велик. Если будет подтверждена суперсимметрия в реальном мире элементарных частиц или что-то подобное, часть этих людей сразу уйдет обратно в реальную физику, как они считают.

5. Приход большой волны квантовых физиков в проблемы математически строгих обоснований физических результатов. Любопытно, что эта волна, называющая только себя "математическими физиками", отдельна от тех, где развивается топология или точно решаются модели. Сюда входят люди, глубоко поверившие в идеально строгий подход, в программу Гильберта. Идеологически эти волны сильно расходятся, те — делая нестрого чистую математику, называют себя "физиками", эти — доказывая теоремы, называют себя "математическими физиками". Эта волна является развитием того, что математики называют "ана-

лизом". Безусловно, богатство принесённых ими в математику знаний ставит этих людей выше в моих глазах, чем сложившийся до них "анализ" чистых математиков, не знавших современной физики.

Но всё равно — я духовно не с ними, а с теми, другими, хотя скажу откровенно о своей личной научной программе: я потратил многие годы на изучение теоретической физики для того, чтобы искать новые ситуации, где топологические идеи могут быть полезны в приложениях и естественных науках. Новая топология, создаваемая физиками — это замечательная вещь, но я достаточно изучил теоретическую физику, чтобы знать, что это — не раздел физики; пусть в это верят те, кто ничего не изучал. Физика — это наука о явлениях природы, которые могут реально наблюдаться. Платоновская физика — это набор стоящих за ними идеальных понятий. Большая группа талантливых физиков-теоретиков увлеклась платоновской физикой и незаметно отошла от реальности очень далеко. В последней четверти XX века их вера в то, что реальная физика будет, следуя опыту последних 75 лет, подтягиваться и подтверждать наиболее красивые теории, перестала оправдываться. Застряло на 25-30 лет, например, подтверждение суперсимметрии в физике элементарных частиц. Его пока нет, хотя гипотеза суперсимметрии сильно улучшает математическую теорию. Квантовая гравитация и все её проявления — струны и т. д. — безумно далеки от возможности подтверждения. В то же время эти теории оказались столь красивы математически, что они породили немало результатов и идей в чистой математике. Уход из реальной физики такого талантливого сообщества теоретиков оголяет физику, лишает её слоя, способного соединять реализм физики с высокой современной математикой.

В самой реальной физике ряд областей стал ориентироваться сейчас не на познание законов природы, а на инженерного типа разработки всё больше и больше. Мне кажется, такая тенденция имеется и в реалистически мыслящей части математики. Само по себе это не так уж и плохо. Каждому времени характерны свои цели и задачи. Было бы важно сделать совокупность достижений математики XX века тоже максимально доступной, как можно более компьютеризованной — включая и классическую алгебраическую топологию: это помогло бы возродить нормальное изложение, прекратить представление этой замечательной области в виде абстрактной бессмыслицы, которую даже сами математики перестали понимать и не могут поэтому с ней работать.

Говоря о современных инженерно-ориентированных направлениях, я хотел бы указать, что жажда общества породить здесь успех ведет к возникновению любопытных общественных феноменов.

Что такое "квантовые компьютеры"? Возможность развить теорию квантового аналога процесса вычислений сама по себе интересна как раздел абстрактной математической логики квантовых систем. Когда же мы говорим о создании компьютера, возникает первый вопрос: можно ли указать какую-либо возможную физическую реализацию, чтобы грубо оценить числовые параметры для границ, преодоление которых было бы необходимо для реализации, для оценки возможностей, скорости. Без этого подобный объект существует только в платоновской физике. Об этом пока можно только писать романы наподобие Жюль Верна. Высокопарный разговор о всесилии технологии будущего неконкретен: оставим будущее будущим людям; пока мы просто ничего не знаем. Никто не знает, можно ли реально построить достаточно большую полностью когерентную квантовую систему, способную реализовать классически управляемые квантовые процессы по заданному довольно сложному алгоритму. Физику таких процессов надо долго изучать. А если и окажется, что можно, то будет ли основанная на этом модель вычисления работать лучше обычной в реальном мире? Не увлекайтесь сравнением числа шагов — они здесь не те, что в обычных машинах Тюринга и Поста. Инженерной идеи пока не видно, как и физической. Есть только абстрактная квантовая логика. Машины Поста и Тюринга создавались одновременно с реальными компьютерами; это не то, что квантовые компьютеры, которых нет. В такой ситуации мне непонятны восторги по поводу уже якобы решённых с помощью квантовых компьютеров проблем типа расшифровки кодов, нужных как частным фирмам, так и структурам типа КГБ, ЦРУ и т. д. Боюсь, КГБ– подобным организациям придётся подождать. Возможно, здесь действует логика рекламы: "Почему не устроить шум и не получить у них деньги на исследования? У них много денег, они платили и экстрасенсам." Во всяком случае, гениев типа Ферми, предложившего проект создания атомной бомбы, который мог бы поддержать и Эйнштейн, здесь пока не видно. Без гениев такие вещи не создаются, люди совсем об этом забыли. А вот возникновение шума без серьёзной основы стало нормой в сообществе конца XX века.

Впрочем, скажу откровенно, что мне эта теория нравится. Возникший здесь шум может быть полезен заставляя математиков наконец-то выучить квантовую механику. Да и денег сейчас, действительно, без шума не достанешь. Так что остается лишь пожелать здесь хоть какого–нибудь успеха.

Совсем нелепые антинаучные фантомы возникли недавно. Они произвели (и производят) большой шум. Один из этих фантомов — это история так называемых "библейских кодов": с помощью компьютеров некоторые профессора математики "доказали" что Библия написана не человеком. Глубоко веря в святость Библии, я позволю себе твердо стоять на той точке зрения, что каждая математическая работа, чистая или прикладная, должна проверяться и анализироваться математически, независимо от её темы. Второй фантом, также произведённый чистыми математиками — это псевдоистория Фоменко, созданная в московском университете. Здесь всемирная и русская история древности и средних веков были "опровергнуты" также средствами прикладной математической статистики. Общими чертами этих историй являются:

1. Принадлежность авторов к кругу уважаемых математиков.

2. Поддержка их работ целым рядом авторитетных математиков.

3. Некомпетентность в прикладной математике. В обоих случаях ошибки абсолютно стандартны.

Несомненно, эти фантомы нанесли и нанесут большой ущерб профессии математика, репутации самой математики в современном обществе. Эти фантомы и им подобные — показатели глубокого кризиса математики, её высшего слоя, глубокое общественное непонимание взаимодействия прикладной математики с реальным миром, непонимание таящихся здесь опасностей.

Раньше, ещё в юности, я усвоил от старших такую точку зрения: деятельность в чистой науке не избавляет учёного от общественного долга перед наукой; напротив, будучи материально и политически независимыми, ведущие математики должны защищать ценности науки от новоявленных аналогов Лысенко, всяких сумасшедших и безграмотных. Защита ценностей науки — их обязанность перед обществом. Прикладники слишком утонули в материальных проблемах. Если верховный слой математиков не может этого делать — грош ему цена. Слава Богу, западные математики (включая людей религиозных) наконец-то выступили по поводу компьютерных теорем о библейских кодах. В России же я пока не вижу, кроме своего, ни одного публичного мнения математиков о псевдо-математико-исторической чуши. Впрочем, и на западе упомянутую защиту организовали учёные старшего поколения, Б.Саймон и Ш.Штернберг, тесно связанные с идеологией математической и теоретической физики.

У физиков, пришедших заниматься чистой математикой, возникло естественное пожелание обучить математиков квантовой теории поля. Виттен устроил что-то вроде "курсов" в Принстоне, продолжавшихся кажется, около года. Прекрасная цель, я тоже пытался это сделать когда-то и даже обучил чему-то несколько своих учеников - об этом уже упомянуто выше. Видимо, несколько человек благодаря Виттену сейчас что-то освоили. Один мой старый друг, Д. Каждан, очень хороший математик, всего на несколько лет младше меня, освоил, в частности, начала теории поля. Они ему так понравились, что он стал их пропагандировать и дальше; читал несколько лекций и у нас, в Мэриленде. Правда, он читал лекции на формализованном "гарвардском" языке, к сожалению. Это, безусловно, сильно затрудняло понимание более широкому кругу математиков, но дело не только в этом. Мой друг ещё в юности обладал необыкновенной способностью выучивать сложные вещи, смог он выучиться и сейчас, в пожилом возрасте. Я полагаю, ещё пара первоклассных математиков старшего поколения что-то выучила вместе с ним. А где же математическая молодёжь? Было бы хорошо, если бы основы теории поля вплоть до квантовой теории были освоены математиками. Не пора ли кончить брать даже в топологии результаты, нестрого полученные физиками, и их строго доказывать? Самим пора освоить тот комплекс идей, который позволяет угадать результат. Делать это на формализованном языке безнадёжно. Надо принять этот новый анализ, созданный физикой второй половины XX века и пока ещё нестрогий, в принципе, таким, каков он есть. Хорошо бы создать прозрачные упрощённые учебники с ориентацией больше на математиков, но надо согласиться с неформализованным изложением. Нужных учебников пока нет, да и учить нужно более широкому курсу, чем теория поля. Как это сделать? Годится ли для этого современное западное образование?

0.8 Распад образования и кризис физико–математического сообщества

Здесь мы подходим к узловому вопросу, главной причине кризиса физико-математических наук — к процессу распада образования. Смогут ли еще имеющиеся сейчас поколения компетентных математиков и физиков-теоретиков обучить столь же компетентных молодых наследников для XXI века? Ключ ко всему — в образовании, причём трудности проблемы, симптомы распада, начинаются с начальной и средней школы и продолжаются в университете.

Уже в 60-х годах в СССР и на Западе стала нарастать резкая общественная критика трудности школьных математических программ, стали сокращать число экзаменов. Вероятно, это было связано с тем, что все 10-11 лет обучения стали общеобязательными. После этого выяснилось, что "всем" это слишком трудно — каждый год сдавать экзамены начиная с 10 лет, особенно трудно учить математику. При этом, разумеется, "на всех" не хватало педагогов нужной компетентности. Да и математики-идеологи ряда стран (в СССР это был Колмогоров) стали неосторожно разрушать устоявшиеся схемы поэтапного обучения математике, внедряли идеи теории множеств "для всех". Колмогоров сделал много полезного, обучая наиболее способных в специальных школах, но в общее математическое образование он внёс немало чепухи. Так или иначе, общество потребовало сокращения и упорядочения, поднялся крик. Ситуация в СССР усугубилась из-за политических грешков и антисемитизма, как это бывало, особенно при Брежневе. Образование сильно облегчили, сняли большинство экзаменов. Начался процесс постепенного падения уровня. Одновременно шло снижение уровня обучения на математических и физических факультетах университетов. Это случилось везде, но в СССР ещё были и антисемитизм, и рост бесчестности персонала, особенно на приёмных экзаменах, и возрастание влияния соответствующих бесчестных "профессоров", мало известных мировой науке, и выращивание нового типа администраторов с высокими научными званиями, которые сами не делали даже свою собственную кандидатскую диссертацию, т. е. вообще на самом деле никогда не были учёными. Таков был процесс распада образования и науки в СССР, причём ВУЗы, университеты разлагались несравненно быстрее, чем Академия, сохранившая научное лицо в гораздо большей степени. Замечу, кстати, что мировая наука вне бывшего социалистического лагеря незнакома с понятием "стопроцентно фальсифицированного крупного учёного": — эту схему особенно развил поздний СССР. Все бывшие советские учёные это знают, могут в частной беседе назвать ряд имён; но, как я многократно убеждался, будучи на Западе все почему-то молчат об этом, даже те, кто выехал и там работает. Имена и мне письменно трудно назвать — попадёшь под суд, ведь экзамена им никто не устроит для проверки уровня. Поразительно, сколь высокий процент высшей администрации науки и образования в позднем СССР на самом деле , был таков; в большей степени это относится к образованию. И такие "фальшивые крупные ученые"занимали места, которые по праву должны были быть заняты серьёзными учёными. Вследствие этого, когда железный занавес пал, очень широкий слой способных компетентных людей, уже давно неуютно себя чувствовавших, подобно "рыцарю лишённому наследства" — весь выехал потерял контакты. ВУЗы, университеты внутри России, в отличие от Академии, сами эти контакты пресекали, так что потеря этого слоя для будущей России — это лишь фиксация распадной ситуации, уже сложившейся в позднем СССР. Трудности с зарплатой можно было бы пережить: поработают на Западе и вернутся, когда будут сносные условия. Получилось хуже: с самого начала было ясно, что возвращаться некуда, в России тебя не ждут, всё занято фальшивыми учёными. Таков был процесс распада в СССР/России.

Однако на Западе тоже произошёл кардинальный спад уровня университетского и школьного физико-математического образования за последние 20–25 лет, причем в США падение школьного обучения, повидимому, особенно низко. Я вижу ясно, что нынешнее образование не сможет воспитать физика-теоретика, способного сдать весь теоретический минимум Ландау. Уход большой группы талантливых теоретических физиков в математику никем не будет восполнен. В самой математике образование даёт гораздо меньше знаний, чем 30 лет назад. Из лучших университетов Запада выходят очень узкие специалисты, которые знают математику и теорфизику беспорядочно и несравнимо меньше, чем в прошлом. Они не имеют шансов стать учёными типа Колмогорова, Ландау, Фейнмана и др.

Я не хочу обсуждать здесь детали процесса, приведшего к этому результату. В те годы я деталей жизни на Западе не видел. Так или иначе, демократический прогресс образования привёл к тому же результату в физико-математических науках, как и брежневский режим. Вывод очень прост: мы в глубоком кризисе. Учтите при этом, что математики и физики-теоретики контролировали также уровень физико-математического образования инженеров, это — одна из основ их грамотности. Значит, и там происходит распад. Падение уровня математического и физического образования в отделениях компьютерных наук также очевидно всем. Там происходит переориентация на обслуживание бизнеса, торговли. Само по себе это неплохо: если бизнес идёт вверх, молодёжь туда пойдёт, там большие деньги.

Но как воспитать разносторонне грамотного математика и физика-теоретика? Даже если правда, что эти области несколько переразвились и могут подождать, всё равно — потеря круга знающих их людей может оказаться опасной для человечества. Потеряв однажды этот слой, его очень трудно и долго будет восстанавливать, когда придёт необходимость, если вообще возможно. Это может при определённом повороте событий сильно ударить по технологическим возможностям человечества, которые могут оказаться жизненно необходимыми при некоторых сценариях эволюции.

Что-то нужно делать. Чисто демократическая эволюция образования, где люди свободно выбирают курсы, в этих науках работает плохо: следующий слой знаний должен ложиться на тщательно подготовленные предыдущие этажи, и этих этажей много. Надо покупать всё здание, а не отдельные этажи в беспорядке: эволюция, которая произошла, подобна естественному термодинамическому процессу с ростом энтропии, с уменьшением качества информации в обществе. Здесь должны быть предприняты централизованные действия, под контролем очень компетентных людей. Физико-математическое образование — это не демократическая структура по своему характеру, она не подобна свободной экономике. Считают, что эти области оживут при наличии крупномасштабных военных проектов. Но это лишь полуправда, этого не достаточно (если это вообще будет). Когда не будет достаточно компетентных людей, никакие деньги не помогут.

Итак, мы встречаем XXI век в состоянии очень глубокого кризиса. Нет полной ясности, как из него можно выйти: естественные меры, которые напрашиваются, практически очень трудно или почти невозможно реализовать в современном демократическом мире. Конечно, мы вошли в век биологии, которая делает чудеса. Но биологи не заменят математиков и физиков-теоретиков, это совсем другая профессия. Хотелось бы, чтобы серьёзные меры были приняты.